

Prof. Dr. Alfred Toth

Objektfreie Kategorien in der Semiotik

1. Definition morphismischer Abbildungen

$$\begin{array}{lll} \rightarrow(1, 2) := \alpha & \rightarrow(2, 1) := \alpha^\circ & \rightarrow(1, 1) := \text{id}_1 \\ \rightarrow(2, 3) := \beta & \rightarrow(3, 2) := \beta^\circ & \rightarrow(2, 2) := \text{id}_2 \\ \rightarrow(1, 3) := \beta\alpha & \rightarrow(3, 1) := \alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow(3, 3) := \text{id}_3 \end{array}$$

Nicht definiert sind die zugehörigen heteromorphismischen Abbildungen

$$\begin{array}{lll} \leftarrow(1, 2) := \alpha^\sim & \leftarrow(2, 1) := \alpha^{\circ\sim} & \leftarrow(1, 1) := \text{id}_1^\sim \\ \leftarrow(2, 3) := \beta^\sim & \leftarrow(3, 2) := \beta^{\circ\sim} & \leftarrow(2, 2) := \text{id}_2^\sim \\ \leftarrow(1, 3) := \beta\alpha^\sim & \leftarrow(3, 1) := \alpha^{\circ\sim}\beta^{\circ\sim} & \leftarrow(3, 3) := \text{id}_3^\sim \end{array}$$

2. Substitution von Objekten durch Morphismen

$$\begin{array}{lll} 1 \rightarrow 2 = \rightarrow_\alpha & 2 \rightarrow 1 = \rightarrow_{\alpha^\circ} \\ 2 \rightarrow 3 = \rightarrow_\beta & 3 \rightarrow 2 = \rightarrow_{\beta^\circ} \\ 1 \rightarrow 3 = \rightarrow_{\beta\alpha} & 3 \rightarrow 1 = \rightarrow_{\alpha^\circ\beta^\circ} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 1 \leftarrow 2 = \rightarrow_{\alpha^\sim} & 2 \leftarrow 1 = \rightarrow_{\alpha^{\circ\sim}} \\ 2 \leftarrow 3 = \rightarrow_{\beta^\sim} & 3 \leftarrow 2 = \rightarrow_{\beta^{\circ\sim}} \\ 1 \leftarrow 3 = \rightarrow_{\beta\alpha^\sim} & 3 \leftarrow 1 = \rightarrow_{\alpha^{\circ\sim}\beta^{\circ\sim}} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 1^{\text{lo}} \rightarrow 1^{\text{ro}} = \rightarrow_{\text{id}_1} & 1^{\text{lo}} \leftarrow 1^{\text{ro}} = \rightarrow_{\text{id}_1^\sim} \\ 2^{\text{lo}} \rightarrow 2^{\text{ro}} = \rightarrow_{\text{id}_2} & 2^{\text{lo}} \leftarrow 2^{\text{ro}} = \rightarrow_{\text{id}_2^\sim} \\ 3^{\text{lo}} \rightarrow 3^{\text{ro}} = \rightarrow_{\text{id}_3} & 3^{\text{lo}} \leftarrow 3^{\text{ro}} = \rightarrow_{\text{id}_3^\sim} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 1^{\text{ro}} \rightarrow 1^{\text{lo}} = \rightarrow_{\text{id}_1^\circ} & 1^{\text{ro}} \leftarrow 1^{\text{lo}} = \rightarrow_{\text{id}_1^{\circ\sim}} \\ 2^{\text{ro}} \rightarrow 2^{\text{lo}} = \rightarrow_{\text{id}_2^\circ} & 2^{\text{ro}} \leftarrow 2^{\text{lo}} = \rightarrow_{\text{id}_2^{\circ\sim}} \\ 3^{\text{ro}} \rightarrow 3^{\text{lo}} = \rightarrow_{\text{id}_3^\circ} & 3^{\text{ro}} \leftarrow 3^{\text{lo}} = \rightarrow_{\text{id}_3^{\circ\sim}} \end{array}$$

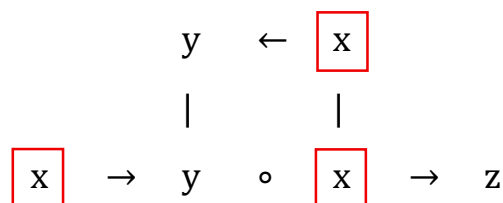
3. Morphismische und heteromorphismische Matrix

$\times \rightarrow$ erzeugt morphismische, $\times \leftarrow$ heteromorphismische Abbildungen.

$\times \rightarrow$	.1	.2	.3	$\times \leftarrow$	.1	.2	.3
1.	1. $\rightarrow$.1	1. $\rightarrow$.2	1. $\rightarrow$.3	1.	1. $\leftarrow$.1	1. $\leftarrow$.2	1. $\leftarrow$.3
2.	2. $\rightarrow$.1	2. $\rightarrow$.2	2. $\rightarrow$.3	2.	2. $\leftarrow$.1	2. $\leftarrow$.2	2. $\leftarrow$.3
3.	3. $\rightarrow$.1	3. $\rightarrow$.2	3. $\rightarrow$.3	3.	3. $\leftarrow$.1	3. $\leftarrow$.2	3. $\leftarrow$.3

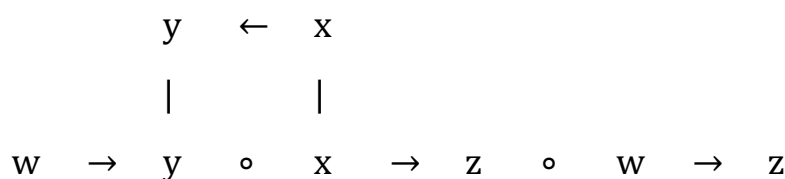
4. Allgemeines Schema für (3, 2)-Diamond

Vgl. Kaehr (2009, S. 61).



Allgemeines Schema für (4, 2)-Diamond

Vgl. Kaehr (2009, S. 65).



mit $w \neq x$,

d.h. Heteromorphismen für Matrixdekompositionen für $M = n \times n$ mit $n \geq 4$ sind Inseln für Objekte, d.h. man kann von den Abbildungen die Objekte nicht rekonstruieren.¹

5. Kompositionen

$$\rightarrow_{\alpha} \circ \rightarrow_{\beta} = \rightarrow_{\beta\alpha}$$

$$\rightarrow_{\beta} \circ \rightarrow_{\alpha} = \rightarrow_{\alpha^{\circ}\beta^{\circ}}$$

$$\rightarrow_{\alpha\sim} \circ \rightarrow_{\beta} = \rightarrow_{\beta\alpha}$$

$$\rightarrow_{\beta\sim} \circ \rightarrow_{\alpha} = \rightarrow_{\alpha^{\circ}\beta^{\circ}}$$

¹ Vgl. die anaphorischen Inseln in der Linguistik. Vgl. Postal, Paul, Anaphoric Islands. In: Binnick, Robert L. et al. (Hrsg.), Papers from the 5th Regional Meeting of the Chicago Linguistic Society. Chicago 1969, S. 205-239.

Nicht definiert sind z.B.

$$\rightarrow_{\alpha\beta}, \rightarrow_{\beta^\circ\alpha^\circ}$$

$$\rightarrow_{\alpha} \circ \rightarrow_{\beta^\circ} = (1 \rightarrow 2) \circ (3 \rightarrow 2)$$

$$\rightarrow_{\alpha^\circ\beta^\circ} \circ \rightarrow_{\alpha} = (3 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 2)$$

$$\rightarrow_{\alpha} \circ \rightarrow_{\beta^\circ} = (1 \rightarrow 2) \circ (3 \rightarrow 2)$$

$$\rightarrow_{\beta^\circ} \circ \rightarrow_{\alpha} = (3 \rightarrow 2) \circ (1 \rightarrow 2)$$

$$\rightarrow_{\alpha\sim} \circ \rightarrow_{\beta} = (1 \leftarrow 2) \circ (2 \rightarrow 3)$$

$$\rightarrow_{\beta\alpha\sim^\circ} \circ \rightarrow_{\alpha^\circ\beta^\circ\sim} = (1 \leftarrow 3) \circ (3 \leftarrow 1)$$

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, U.K. 2009

10.7.2025