Prof. Dr. Alfred Toth

# Objektfreie Kategorien in der Semiotik

## 1. Definition morphismischer Abbildungen

| | | |
|---|---|---|
| $\rightarrow(1, 2) := \alpha$ | $\rightarrow(2, 1) := \alpha°$ | $\rightarrow(1, 1) := id_1$ |
| $\rightarrow(2, 3) := \beta$ | $\rightarrow(3, 2) := \beta°$ | $\rightarrow(2, 2) := id_2$ |
| $\rightarrow(1, 3) := \beta\alpha$ | $\rightarrow(3, 1) := \alpha°\beta°$ | $\rightarrow(3, 3) := id_3$ |

Nicht definiert sind die zuugehörigen heteromorphismischen Abbildungen

| | | |
|---|---|---|
| $\leftarrow(1, 2) := \alpha\sim$ | $\leftarrow(2, 1) := \alpha°\sim$ | $\leftarrow(1, 1) := id_1\sim$ |
| $\leftarrow(2, 3) := \beta\sim$ | $\leftarrow(3, 2) := \beta°\sim$ | $\leftarrow(2, 2) := id_2\sim$ |
| $\leftarrow(1, 3) := \beta\alpha\sim$ | $\leftarrow(3, 1) := \alpha°\beta°\sim$ | $\leftarrow(3, 3) := id_3\sim$ |

## 2. Substitution von Objekten durch Morphismen

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\rightarrow$ | 2 | = | $\rightarrow_{\alpha}$ | 2 | $\rightarrow$ | 1 | = | $\rightarrow_{\alpha°}$ |
| 2 | $\rightarrow$ | 3 | = | $\rightarrow_{\beta}$ | 3 | $\rightarrow$ | 2 | = | $\rightarrow_{\beta°}$ |
| 1 | $\rightarrow$ | 3 | = | $\rightarrow_{\beta\alpha}$ | 3 | $\rightarrow$ | 1 | = | $\rightarrow_{\alpha°\beta°}$ |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\leftarrow$ | 2 | = | $\rightarrow_{\alpha}\sim$ | 2 | $\leftarrow$ | 1 | = | $\rightarrow_{\alpha°}\sim$ |
| 2 | $\leftarrow$ | 3 | = | $\rightarrow_{\beta}\sim$ | 3 | $\leftarrow$ | 2 | = | $\rightarrow_{\beta°}\sim$ |
| 1 | $\leftarrow$ | 3 | = | $\rightarrow_{\beta\alpha}\sim$ | 3 | $\leftarrow$ | 1 | = | $\rightarrow_{\alpha°\beta°}\sim$ |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1^{lo}$ | $\rightarrow$ | $1^{ro}$ | = | $\rightarrow_{id1}$ | $1^{lo}$ | $\leftarrow$ | $1^{ro}$ | = | $\rightarrow_{id1}\sim$ |
| $2^{lo}$ | $\rightarrow$ | $2^{ro}$ | = | $\rightarrow_{id2}$ | $2^{lo}$ | $\leftarrow$ | $2^{ro}$ | = | $\rightarrow_{id2}\sim$ |
| $3^{lo}$ | $\rightarrow$ | $3^{ro}$ | = | $\rightarrow_{id3}$ | $3^{lo}$ | $\leftarrow$ | $3^{ro}$ | = | $\rightarrow_{id3}\sim$ |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1^{ro}$ | $\rightarrow$ | $1^{lo}$ | = | $\rightarrow_{id1°}$ | $1^{ro}$ | $\leftarrow$ | $1^{lo}$ | = | $\rightarrow_{id1°}\sim$ |
| $2^{ro}$ | $\rightarrow$ | $2^{lo}$ | = | $\rightarrow_{id2°}$ | $2^{ro}$ | $\leftarrow$ | $2^{lo}$ | = | $\rightarrow_{id2°}\sim$ |
| $3^{ro}$ | $\rightarrow$ | $3^{lo}$ | = | $\rightarrow_{id3°}$ | $3^{ro}$ | $\leftarrow$ | $3^{lo}$ | = | $\rightarrow_{id3°}\sim$ |

## 3. Morphismische und heteromorphismische Matrix

$\times^{\rightarrow}$ erzeugt morphismische, $\times^{\leftarrow}$ heteromorphismische Abbildungen.

| $\times^{\rightarrow}$ | .1 | .2 | .3 |
|---|---|---|---|
| 1. | 1.→.1 | 1.→.2 | 1.→.3 |
| 2. | 2.→.1 | 2.→.2 | 2.→.3 |
| 3. | 3.→.1 | 3.→.2 | 3.→.3 |

| $\times^{\leftarrow}$ | .1 | .2 | .3 |
|---|---|---|---|
| 1. | 1.←.1 | 1. ←.2 | 1. ←.3 |
| 2. | 2. ←.1 | 2. ←.2 | 2. ←.3 |
| 3. | 3. ←.1 | 3. ←.2 | 3. ←.3 |

## 4. Allgemeines Schema für (3, 2)-Diamond

Vgl. Kaehr (2009, S. 61).

$$\begin{array}{ccccccc} & & y & \leftarrow & \boxed{x} & & \\ & & | & & | & & \\ \boxed{x} & \rightarrow & y & \circ & \boxed{x} & \rightarrow & z \end{array}$$

Allgemeines Schema für (4, 2)-Diamond

Vgl. Kaehr (2009, S. 65).

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & y & \leftarrow & x & & & & & & \\ & & | & & | & & & & & & \\ w & \rightarrow & y & \circ & x & \rightarrow & z & \circ & w & \rightarrow & z \end{array}$$

mit $w \neq x$,

d.h. Heteromorphismen für Matrixdekompositionen für $M = n \times n$ mit $n \geq 4$ sind Inseln für Objekte, d.h. man kann von den Abbildungen die Objekte nicht rekonstruieren.[1]

## 5. Kompositionen

$\rightarrow_{\alpha} \circ \rightarrow_{\beta} = \rightarrow_{\beta\alpha}$

$\rightarrow_{\beta} \circ \rightarrow_{\alpha} = \rightarrow_{\alpha°\beta°}$

$\rightarrow_{\alpha\sim} \circ \rightarrow_{\beta} = \rightarrow_{\beta\alpha}$

$\rightarrow_{\beta\sim} \circ \rightarrow_{\alpha} = \rightarrow_{\alpha°\beta°}$

---

[1] Vgl. die anaphorischen Inseln in der Linguistik. Vgl. Postal, Paul, Anaphoric Islands. In: Binnick, Robert L. et al. (Hrsg.), Papers from the 5th Regional Meeting of the Chicago Linguistic Society. Chicago 1969, S. 205-239.

Nicht definiert sind z.B.

$\rightarrow_{\alpha\beta}$, $\rightarrow_{\beta°\alpha°}$

$\rightarrow_{\alpha} \circ \rightarrow_{\beta°} = (1 \rightarrow 2) \circ (3 \rightarrow 2)$

$\rightarrow_{\alpha°\beta°} \circ \rightarrow_{\alpha} = (3 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 2)$

$\rightarrow_{\alpha} \circ \rightarrow_{\beta°} = (1 \rightarrow 2) \circ (3 \rightarrow 2)$

$\rightarrow_{\beta°} \circ \rightarrow_{\alpha} = (3 \rightarrow 2) \circ (1 \rightarrow 2)$

$\rightarrow_{\alpha\sim} \circ \rightarrow_{\beta} = (1 \leftarrow 2) \circ (2 \rightarrow 3)$

$\rightarrow_{\beta\alpha\sim} \circ \rightarrow_{\alpha°\beta°\sim} = (1 \leftarrow 3) \circ (3 \leftarrow 1)$

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, U.K. 2009

10.7.2025